

National Cheng Kung University  
Institute of Space and Plasma Physics  
Biannual Progress Report



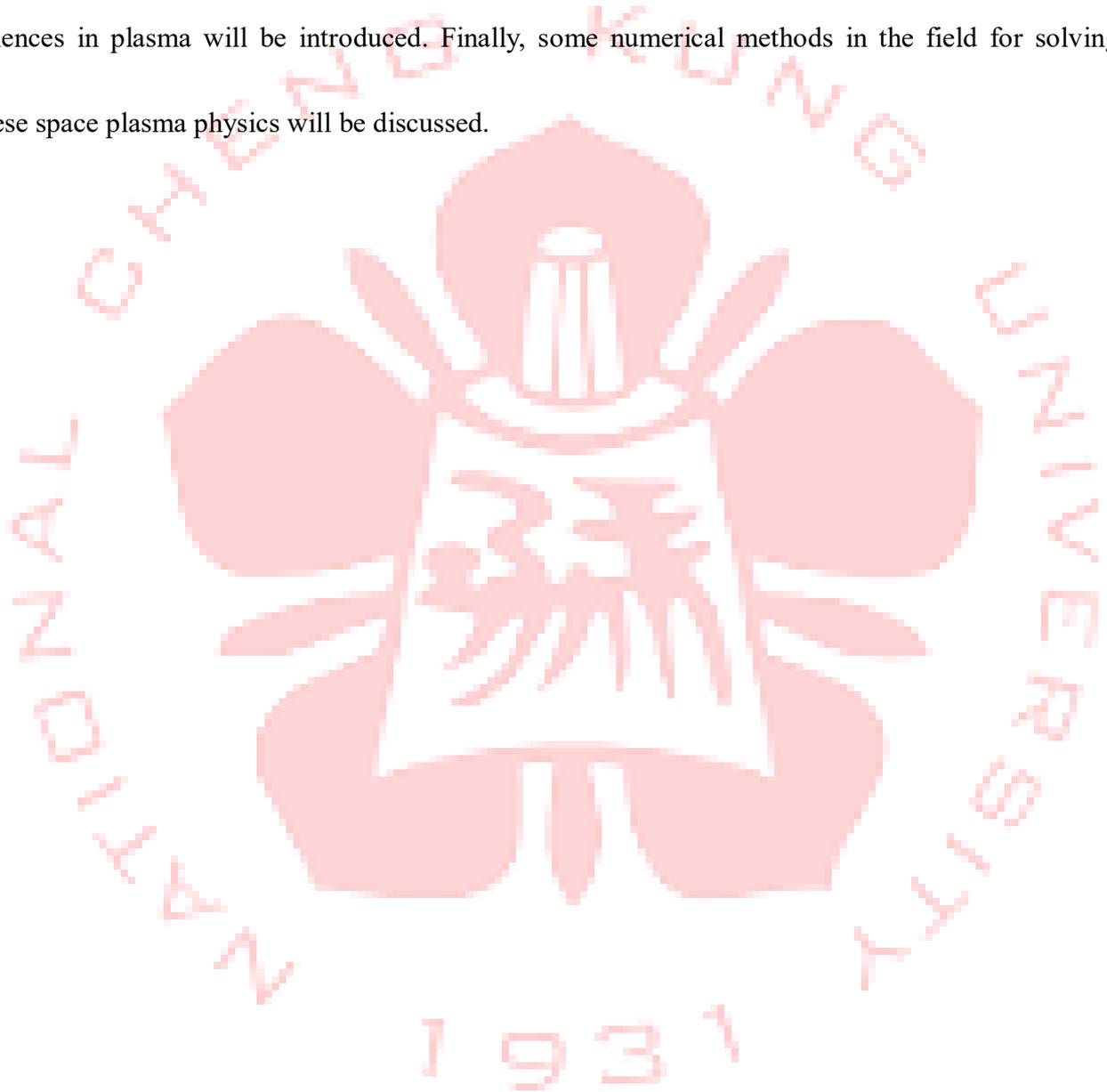
研究生：楊宗桓

指導教授：張博宇 博士

中華民國一〇六年二月二十一日星期二

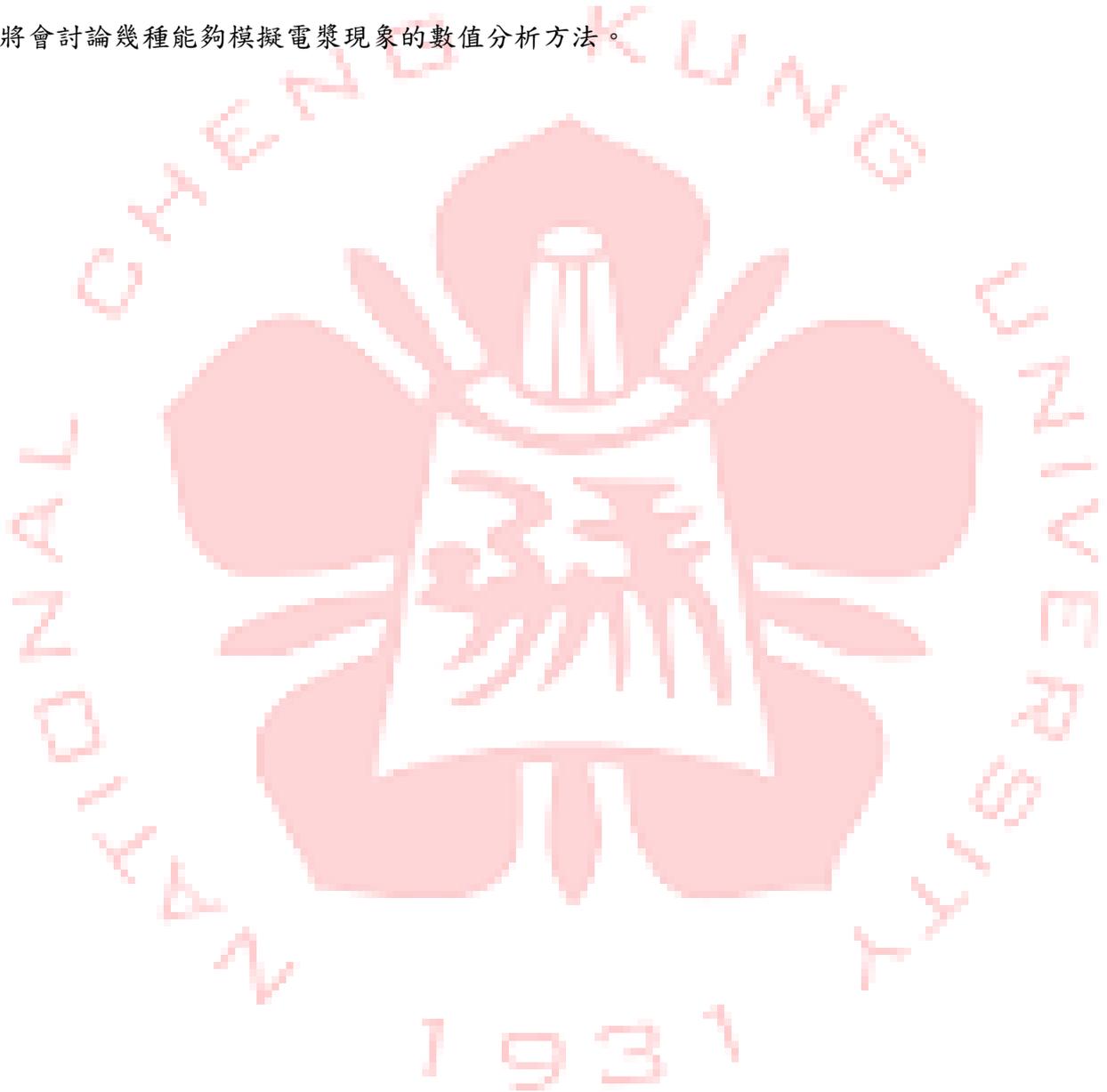
## Abstract

In this report, studies of X-pinch phenomena, experiments, and some other simulations or applications will first be discussed. Later on, the research of laboratory space and astrophysics sciences in plasma will be introduced. Finally, some numerical methods in the field for solving these space plasma physics will be discussed.



## 摘要

在這份報告中，我們首先會討論有關於 X-pinch 的現象、實驗、模擬和應用，接著，將會介紹實驗室太空和天文電漿物理的研究，而最後，為了解決上述的各種太空電漿問題，我們將會討論幾種能夠模擬電漿現象的數值分析方法。

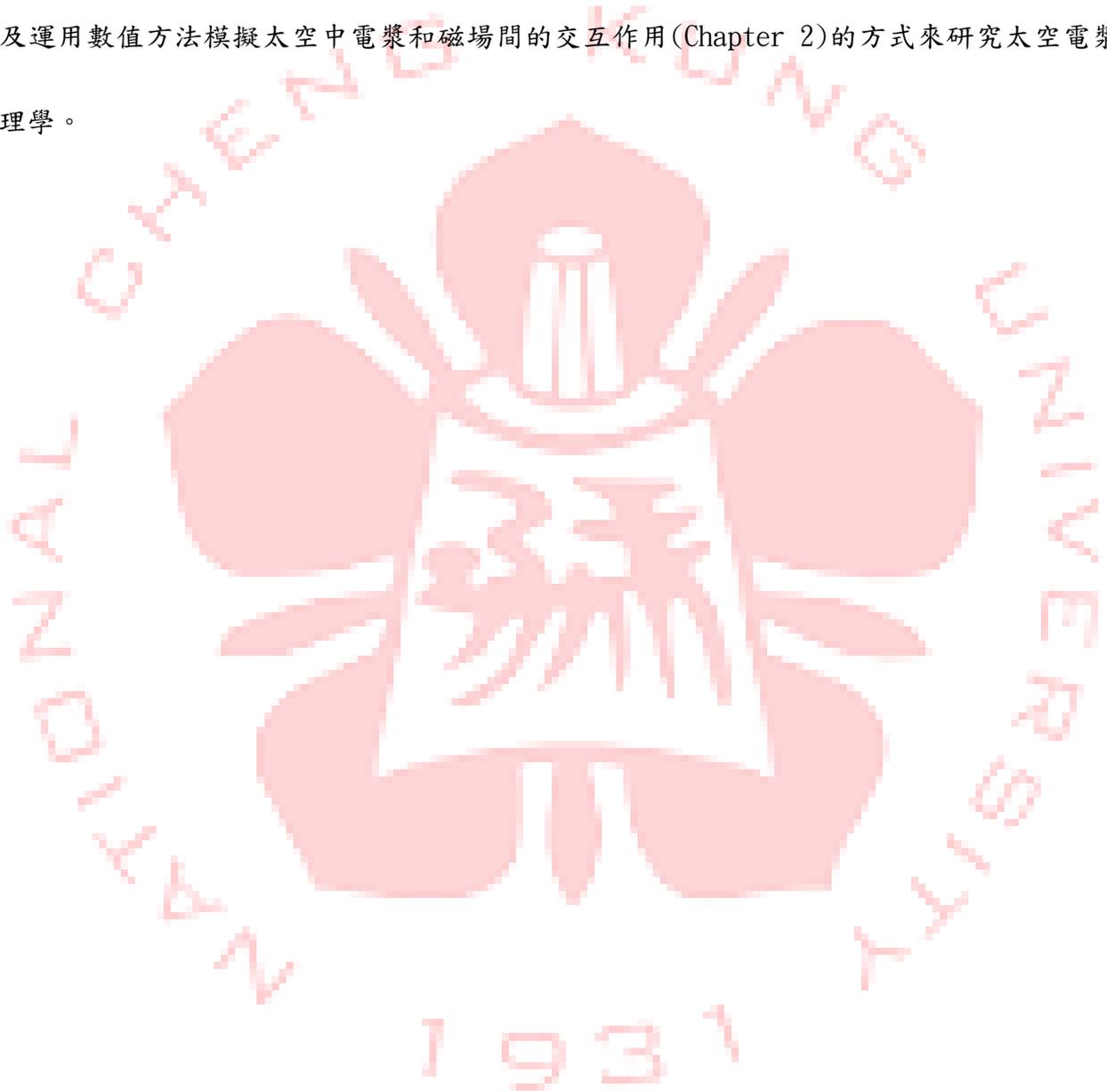


# 目錄

Abstract.....	2
摘要 .....	3
前言 .....	5
Chapter 1 實驗室太空電漿研究實驗裝置 X Pinch.....	6
1.1 X Pinch 的構造 .....	7
1.2 X Pinch 的原理和工作過程 .....	8
1.3 X Pinch 的應用 .....	9
Chapter 2 太空中電漿現象的數值模擬 .....	10
2.1 磁力線重聯現象(Magnetic Reconnection).....	10
2.1.1 磁層(Magnetosphere)中的磁力線重聯現象.....	11
2.1.2 太陽表面活動的磁力線重聯現象.....	12
2.2 太陽風和行星磁場間的交互作用 .....	13
2.3 數值方法.....	14
2.3.1 動力學理論.....	14
2.3.2 數值方法 .....	16
Chapter 3 結果和討論 .....	18
Chapter 4 未來工作 .....	19
4.1 短期目標 .....	19
4.2 長期目標 .....	20
Chapter 5 總結.....	21
附錄 參考資料.....	22

## 前言

在研究太空中和天文上的電漿現象時，由於目前觀測技術和成本上的限制，使得研究的進展往往有所侷限。我們將透過在實驗室中模擬太空中的電漿現象的實驗裝置(Chapter 1)，以及運用數值方法模擬太空中電漿和磁場間的交互作用(Chapter 2)的方式來研究太空電漿物理學。



## Chapter 1 實驗室太空電漿研究實驗裝置 X Pinch

為了能在實驗室模擬太空中的電漿環境，我們將建立一套脈衝功率系統(Pulsed Power System)，此系統可以在瞬間(100ns~200ns)產生脈衝的電流( $\geq 100\text{kA}$ )，當這股脈衝電流通過兩條相互交纏成十字形的極細金屬線(~1mm)時，導線會被瞬間加熱並游離化，進而產生 X Ray 和電漿噴流，這現象稱做 X Pinch。其所產生的 X Ray，可以做為快速 X Ray 量測的光源。不過，我們將著重於運用其產生瞬時高速的電漿噴流，來模擬在太空中的電漿現象，如緻密星體的相對論性電漿噴流、太陽風、太陽耀斑、日冕物質拋射、日冕、太陽和地球磁場外層的電漿等等局部的電漿現象。為了要能夠瞬間輸出大量的能量來加熱 X Pinch，我們將使用線性變壓驅動器(Linear Transformer Driver, LTD)來建立我們的脈衝功率系統，作為 X Pinch 的能量源，如圖 1.1 所示。接下來將介紹 X Pinch 的各種現象、文獻中的實驗及模擬結果。

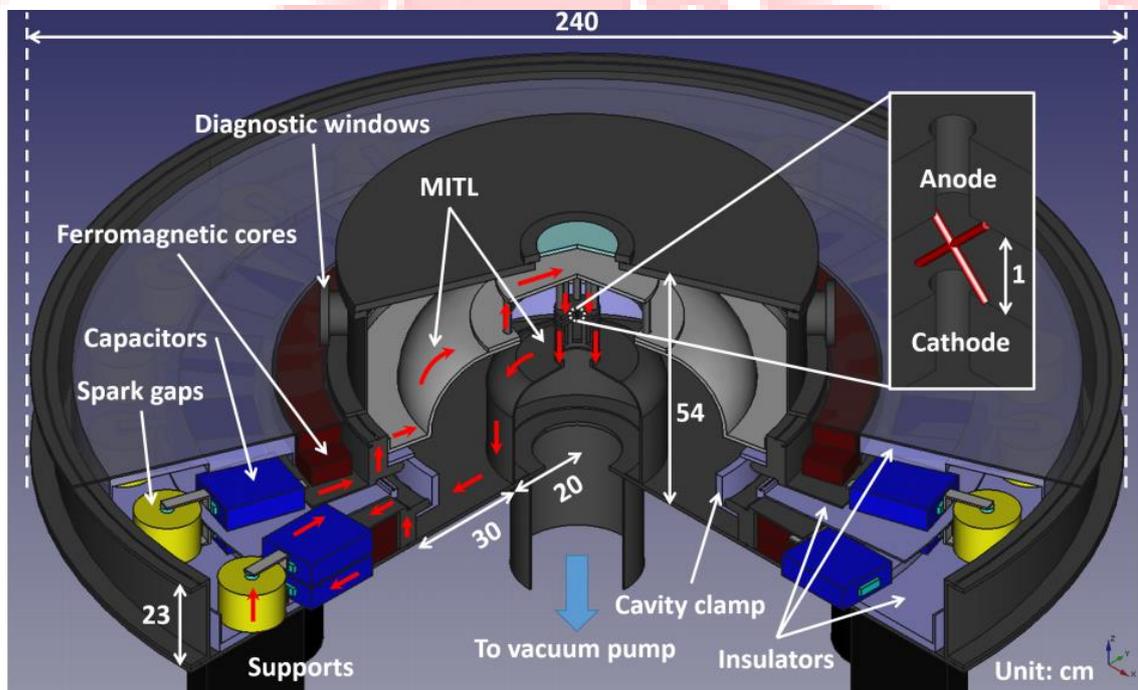


圖 1.1 X Pinch 實驗裝置[1]

## 1.1 X Pinch 的構造

X Pinch 是由兩條直徑小於  $100\ \mu\text{m}$  的極細金屬線十字互相交纏而成，利用通過的脈衝電流加熱金屬線來產生 X Ray 或電漿噴流，它可以用多種方式組合來進行實驗。如圖 1.2，除了簡單使用兩條金屬線交纏之外，尚有許多種不同的製作方式[2]。

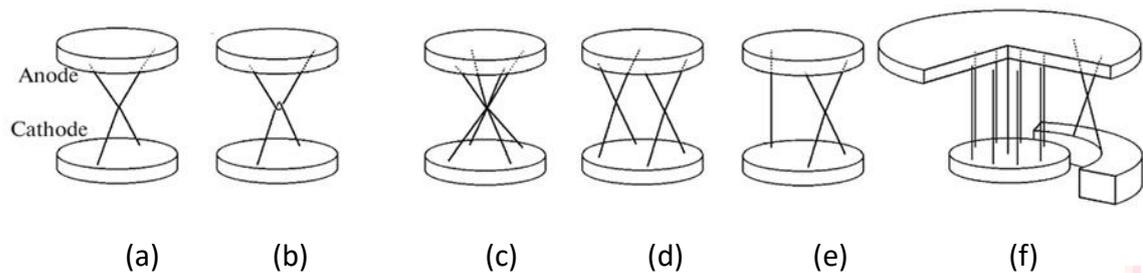


圖 1.2 X-pinch 種類舉例[2]

在圖 1.2 的六張圖中，電流皆從上(陽極)而往下(陰極)流動。圖 1.2(a)為最常見的方式，即 X Pinch，是由兩條金屬線交叉後以交叉點為轉軸旋轉而成；圖 1.2(b)則是使用兩個 V 形金屬線組合而成 X Pinch；圖 1.2(c)是使用兩條以上的金屬線組成的多重導線 X Pinch；可以維持較久的 X Ray 和電漿噴流；圖 1.2(d)為量測兩個 X Pinch 互相放射 X Ray 的實驗設計；圖 1.2(e)是利用 X Pinch 所產生的 X Ray 來量測電流通過單一導線而使導線游離化的過程，此單一導線設計稱為 Z Pinch；圖 1.2(f)亦是利用 X Pinch 產生的 X Ray 來量測電流通過多條環形導線時產生電漿的過程，此多條導線的環狀設計稱為導線陣列(Wire Array)，為使用多條-Z-pinch 的裝置。

## 1.2 X Pinch 的原理和工作過程

X Pinch 的金屬線材料以具有中等介電質的材料為主，如鉻(Chrome)、鉬(Mo)、鎢(Tungsten)之合金，電極則由導電性良好且適合做為電極之銅合金、鋁合金等為主。由於脈衝功率系統能提供能量範圍為數千焦耳到數百萬焦耳的瞬間電流，可以在極短的時間內加熱金屬線，將金屬線熔化並游離至電漿態，其反應過程如下頁圖 1.3 所示[2]。

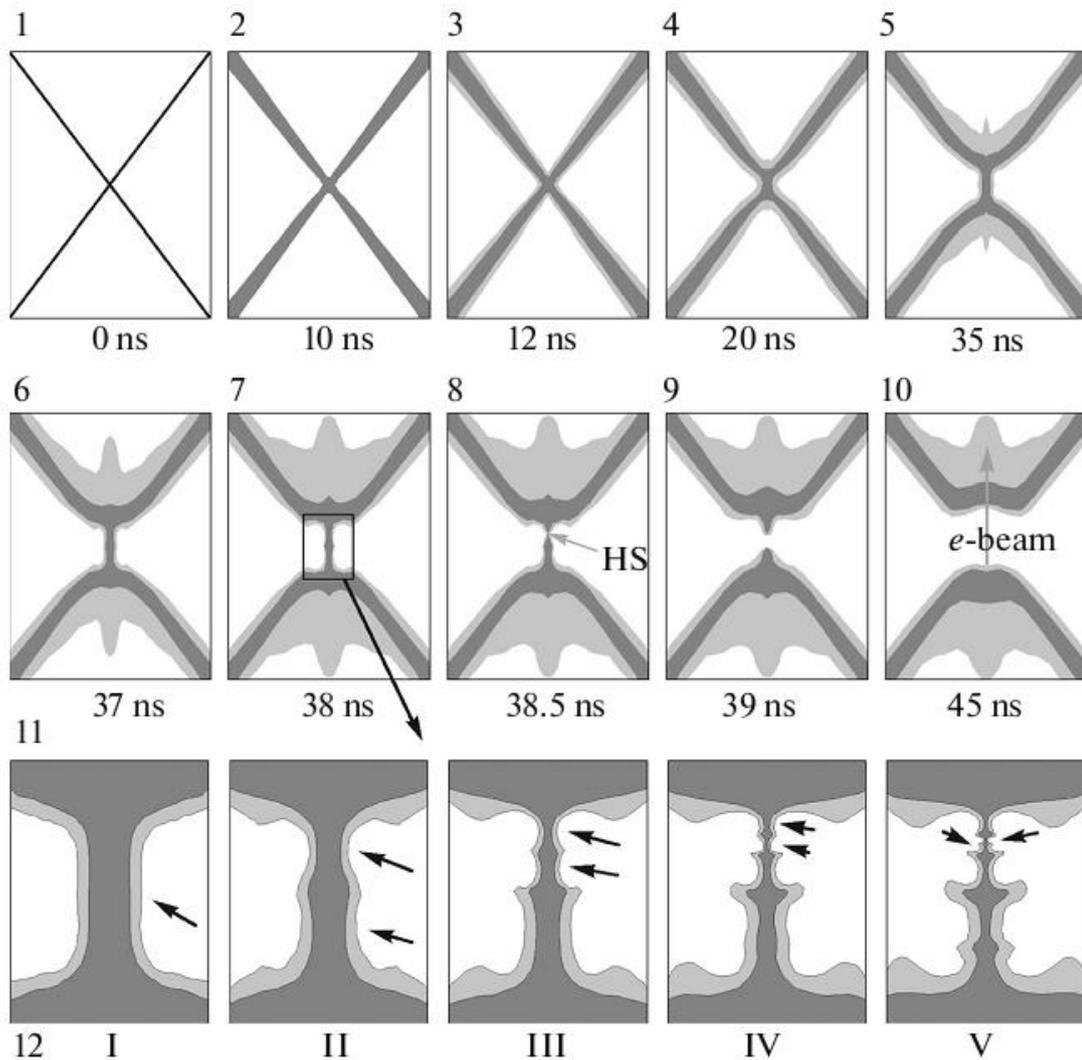


圖 1.3 X Pinch 反應過程[2]

圖 1.3(1)~(5)可看出隨著溫度的快速上升，金屬線會迅速從固態熔化成電漿態，最後在交叉點處形成一個像柱子狀的結構。從圖 1.3 (6)~(10)可以觀察到此柱狀結構的物理性質等同於電流通過單一導線時產生電漿的過程(即 Z Pinch)的物理性質。因為此柱狀結構的大小非常小(大約為  $10\ \mu\text{m}$ )，所以此位於 X 交叉點的柱狀結構便稱為微型 Z Pinch。除此之外，金屬線外圍電漿因受熱而自導線噴離，在中心軸互相碰撞後朝上或朝下噴出形成電漿噴流。如圖 1.4(11)、(12)，顯示出微型 Z Pinch 在不均勻的壓縮下，會在壓縮最快的地方產生 X Ray，此處即稱為熱點(Hot Spot)。由於其壓縮的不穩定性，有可能產生多個熱點及多道不同頻率的 X Ray 光源。若是使用不同金屬材質和輸入不同脈衝能量，可以產生不同能量的 X Ray。接著，微型 Z Pinch 會在壓縮最快的地方斷裂，此處將會產生最強的 X Ray。最後，因為斷裂處上下間仍有電漿存在而導通形成電子流，所以在微型 Z Pinch 斷裂後，X Pinch 仍會維持一斷時間直到此電子流斷流為止。

### 1.3 X Pinch 的應用

如上所述，X Pinch 可以產生 X Ray 和電漿噴流，因此，除了可以作為 X Ray 光譜學、X Ray 晶格光柵繞射的光源外，也可以用來當快速 X Ray 顯像儀[2]。另外，由其產生的電漿噴流可以用來模擬太空中的電漿現象。這些物理現象的實際觀測和實驗通常非常複雜，所以利用數值模擬來輔助分析實驗過程中的電漿現象，將可以節省許多時間和經費，因此這部分也有可能是我們實驗室以後會努力的方向之一。

## Chapter 2 太空中電漿現象的數值模擬

我們將透過數值模擬來瞭解日後在實驗室中模擬太空環境中的電漿現象，目前規劃的研究方向有兩個方面，一為磁力線重聯現象(Magnetic Reconnection)，以及在太陽-行星系統裏，電漿與磁場間的交互作用，下面將會分項目詳述之。

### 2.1 磁力線重聯現象(Magnetic Reconnection)

磁力線重聯現象是一種在太空中相當重要的磁力線重新分布的現象，發生在日冕(Solar Coronal)、太陽耀斑(Solar Flares)、日冕物質拋射(Coronal Mass Ejections, CME)和地球磁場的日側(Dayside，面向太陽側)及夜側(Nightside，背向太陽側)等等地方。如圖 2.1 所示，平行但方向相反的磁力線隨著電漿流方向推動互相接近，在中間形成一 X 形交會點，在此 X 形交會點的中間，因兩側磁力線之間的距離小於其電子的迴旋半徑(Cyclotron Radius)，相反方向的磁力線可擴散至交叉點的另一側，造成磁力線重組的現象。重組後磁力線的張力會將磁力線拉向兩側，同時將電漿推向左右兩側，而將磁場能量轉換成電漿的動能[3][4]。

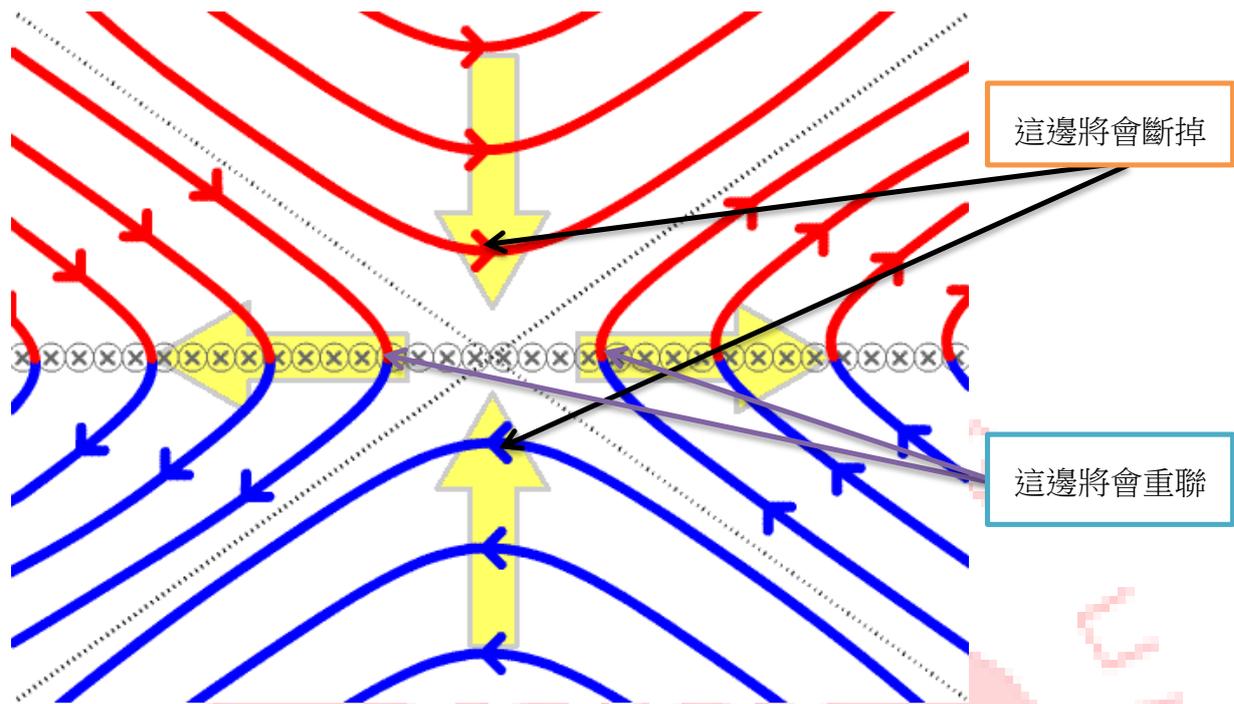


圖 2.1 磁力線重聯示意圖，紅色和藍色為磁力線，黃色箭頭為電漿噴流方向[5]

### 2.1.1 磁層(Magnetosphere)中的磁力線重聯現象

依前所述，磁力線重聯可發生在地球的磁層(Magnetosphere)[3][4]中，地球磁層是包圍在地球周圍，高度在電離層之上一個佈滿電漿的區域，如圖 2.2 的藍色虛線的範圍內區域所示。太陽風為從太陽噴發出的電漿，以 $\sim 400\text{km/s}$ 的超音速朝向地球運動，將太陽磁場帶往地球，於日側地球磁層處與地球磁層產生交互作用。若太陽風內的磁場方向與地球磁層日側的磁場方向相反，便有可能在接觸面產生磁力線重聯的現象。另外，在地球磁層夜側的磁尾(Magnetotail)，相反方向的磁力線會被磁尾中的電漿擠壓而靠近，進而發生磁力線重聯的現象。

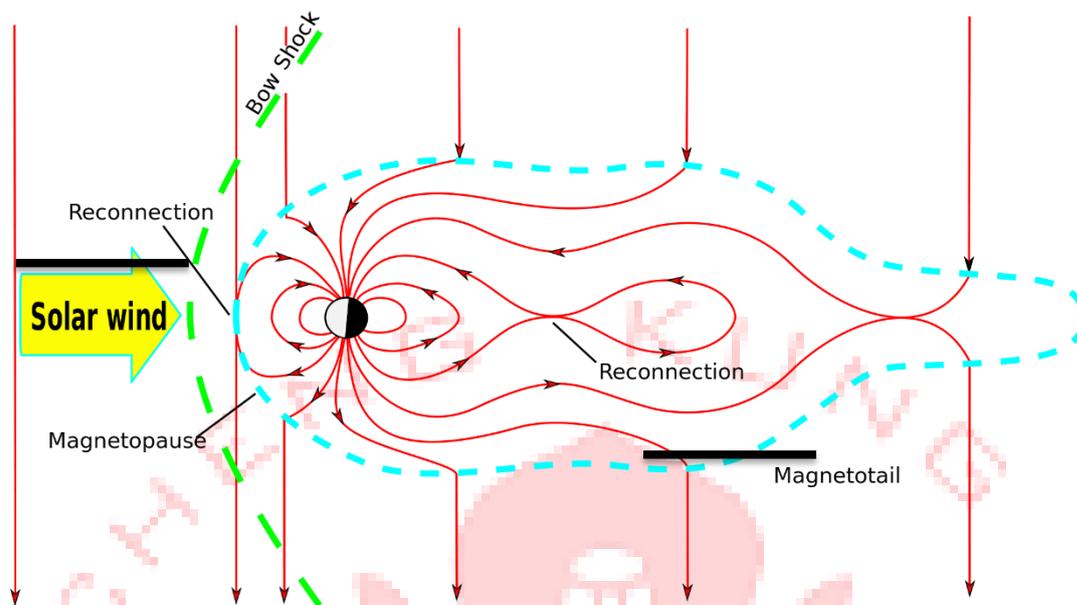


圖 2.2 地球磁層和太陽風作用產生的磁力線重聯發生位置[6]

### 2.1.2 太陽表面活動的磁力線重聯現象

磁力線重聯現象除了發生在地球磁層外，太陽光球層(Photosphere)處產生的日珥現象(Solar Prominence)、日冕處的電漿向外噴發的太陽閃焰，以及日冕物質拋射所噴出的電漿，皆是因為太陽磁場劇烈活動，導致其電漿隨著太陽磁力線活動產生磁力線重聯，最後造成電漿向外噴發的現象[3][4]。如圖 2.3 為太陽閃焰產生順序示意圖，圖中黑點為溫度較低的太陽黑子(Sunspots,  $\sim 4000\text{K}$ )，磁場較周圍為大，磁力線被來自太陽內部對流層(Convection Zone)的電漿推動，造成磁力線斷裂重組而將磁能轉換成動能，推動電漿向太陽表面。此外，還會因為電子能階改變而輻射出 Soft X Ray(能量 $\leq \text{keV}$ )和 Hard X Ray(能量 $\geq \text{keV}$ )，即所謂的太陽閃焰。

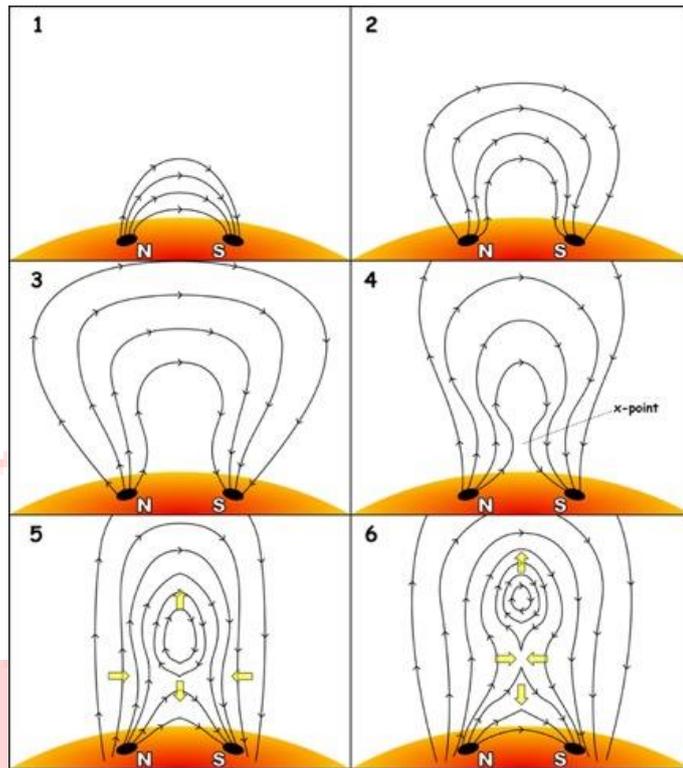


圖 2.3 太陽閃焰及磁力線重聯示意圖，黑色線為磁力線，黃色箭頭為電漿方向[7]

## 2.2 太陽風和行星磁場間的交互作用

太陽風和行星磁場(Planetary Magnetic Field)之間的交互作用將會是另一個研究課題 [1][3][4]，考慮三種不同的天體：(1)天體近乎絕緣體，且此天體並未被磁場包覆，如月球(Lunar) (圖 2.4)和矮行星(Asteroids)，規劃上將會是第一個進行研究的對象；(2)天體為導體，但只具有弱磁場或無磁場包覆。具有弱磁場的天體可形成一薄弱的磁層覆蓋在該天體表面，如水星(Mercury) (圖 2.5) 和火星(Mars)，無磁場天體如金星(Venus)以及冥王星(Pluto)、Charon 等；(3)天體不僅為導體，且具有能完全覆蓋而保護該行星的強磁場磁層，因此會與行星際磁場產生強烈的交互作用，如地球(Earth) (圖 2.1)和類木行星(Jovian Planets)，將會是我們最終的研究目標。

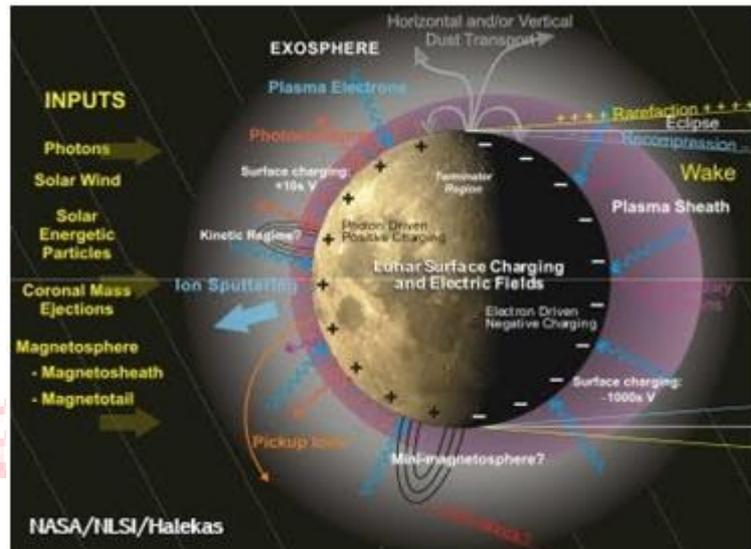


圖 2.4 月球表面和太陽風的交互作用[8]

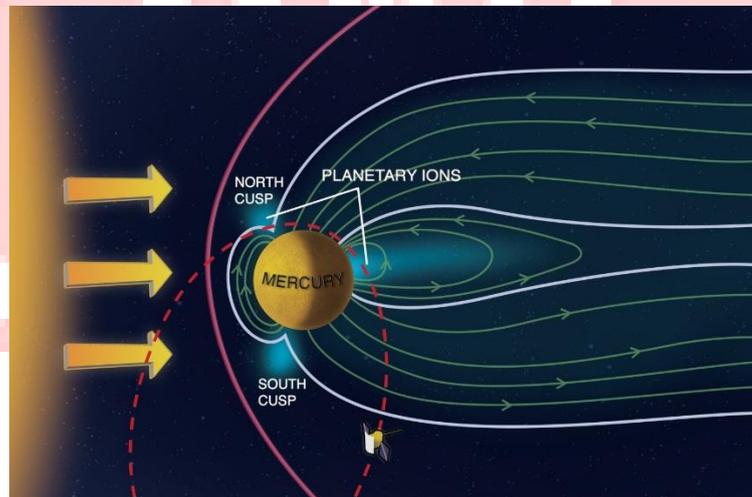


圖 2.5 金星磁層和太陽風的交互作用[9]

## 2.3 數值方法

接下來，將介紹一些基本電漿物理會需要用到的方程式，以及我們將透過數值模擬的方法來研究太空中的電漿現象。

### 2.3.1 動力學理論

電漿物理中，通常經由兩種方式來描述其物理行為，(1)為一種將電漿視為流體的磁流體方程式(Magnetohydrodynamics, MHD)，以巨觀描述電漿現象的方式；(2)為利用動力學理論模型(kinetic model)，將電漿視為粒子，並以微觀的角度切入，再運用統計的方法來計算電漿在巨觀下的行為[10]。此處，將著重於使用動力學理論模型來處理電漿現象。

動力學理論模型裡，通常以弗拉索夫-波茲曼方程式(Vlasov-Boltzmann Equation)來描述電漿現象，其方程式為：

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \frac{\partial f}{\partial \mathbf{r}} + \frac{\mathbf{F}}{m} \cdot \frac{\partial f}{\partial \mathbf{v}} = \left( \frac{\partial f}{\partial t} \right)_c$$

其中， $f$  為粒子的分布函數  $f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)$ ，位於相空間座標中  $(\mathbf{r}, \mathbf{v})=(x, y, z, v_x, v_y, v_z)$  處， $t$  為時間， $\mathbf{F}$  為外力項， $m$  則為質量，等號右邊為考慮粒子間碰撞的碰撞項，稱波茲曼方程式(Boltzmann Equation)，若右側碰撞項為零，即無碰撞下，稱作弗拉索夫方程式(Vlasov Equation)。

當需要考慮模擬更多會影響電漿的現象時，可以進一步引入分布函數的擴散和傳播情形來描述粒子互相碰撞的行為，此方程式為一隨機微分方程 (Stochastic Differential Equation, SDE)，稱作福克-普朗克方程(Fokker-Planck Equation)[10][11]：

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \frac{\partial f}{\partial \mathbf{r}} + \frac{\mathbf{F}}{m} \cdot \frac{\partial f}{\partial \mathbf{v}} = \left( \frac{\partial f}{\partial t} \right)_c = -\frac{\partial}{\partial \mathbf{v}} \cdot \left( \frac{f \langle \Delta \mathbf{v} \rangle}{\Delta t} \right) + \frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial \mathbf{v} \partial \mathbf{v}} : \left( \frac{f \langle \Delta \mathbf{v} \Delta \mathbf{v} \rangle}{\Delta t} \right)$$

等式右邊第一項表示電漿分布所受阻力(Drag Force Term)，第二項則為表示電漿的擴散現象(Diffusion Term)。

一般來說，分布函數由環境的條件決定。然而，在電漿中的粒子經過大量碰撞後，粒子的分布函數會逐漸地趨向穩態(Steady State)，此穩態通常為馬克士威分布函數(Maxwell Distribution Function)：

$$f = n_0(m/2\pi k_B T_e)^{3/2} \exp(-mv^2/2k_B T_e)$$

其中， $k_B$  為波茲曼常數(Boltzmann Constant)， $T$  為粒子溫度， $m$  為粒子質量， $v$  為粒子速度， $n_0$  則是粒子密度(Number Density)。因為電漿為一群帶電粒子，會受自洽與外加的電場、磁場互相耦合，因此需要搭配馬克士威電磁方程組(Maxwell' s Electromagnetic Equations)求解，其方程組為：

$$\begin{aligned} \nabla \times \mathbf{B} &= \mu_0 \mathbf{J} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}, \\ \nabla \times \mathbf{E} &= -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \\ \nabla \cdot \mathbf{E} &= \frac{\rho}{\epsilon_0}, \\ \nabla \cdot \mathbf{B} &= 0. \end{aligned}$$

上列的馬克士威方程組與弗拉索夫方程式組成弗拉索夫-馬克士威方程式(Vlasov-Maxwell Equations)，進一步引入柏松方程式(Poisson' s Equation)：

$$\nabla^2 \phi = -\rho,$$

則稱作弗拉索夫-柏松方程式(Vlasov-Poisson Equations)。

### 2.3.2 數值方法

透過數值方法來計算動力學理論模型的方法主要有三種[12]，

(1) 粒子網格法(Particle-in-Cell, PIC)：將電漿視為網格中移動的粒子來求解弗拉索夫-馬克士威方程組。

(2)弗拉索夫求解法(Vlasov Solver)：直接對弗拉索夫方程式求解。

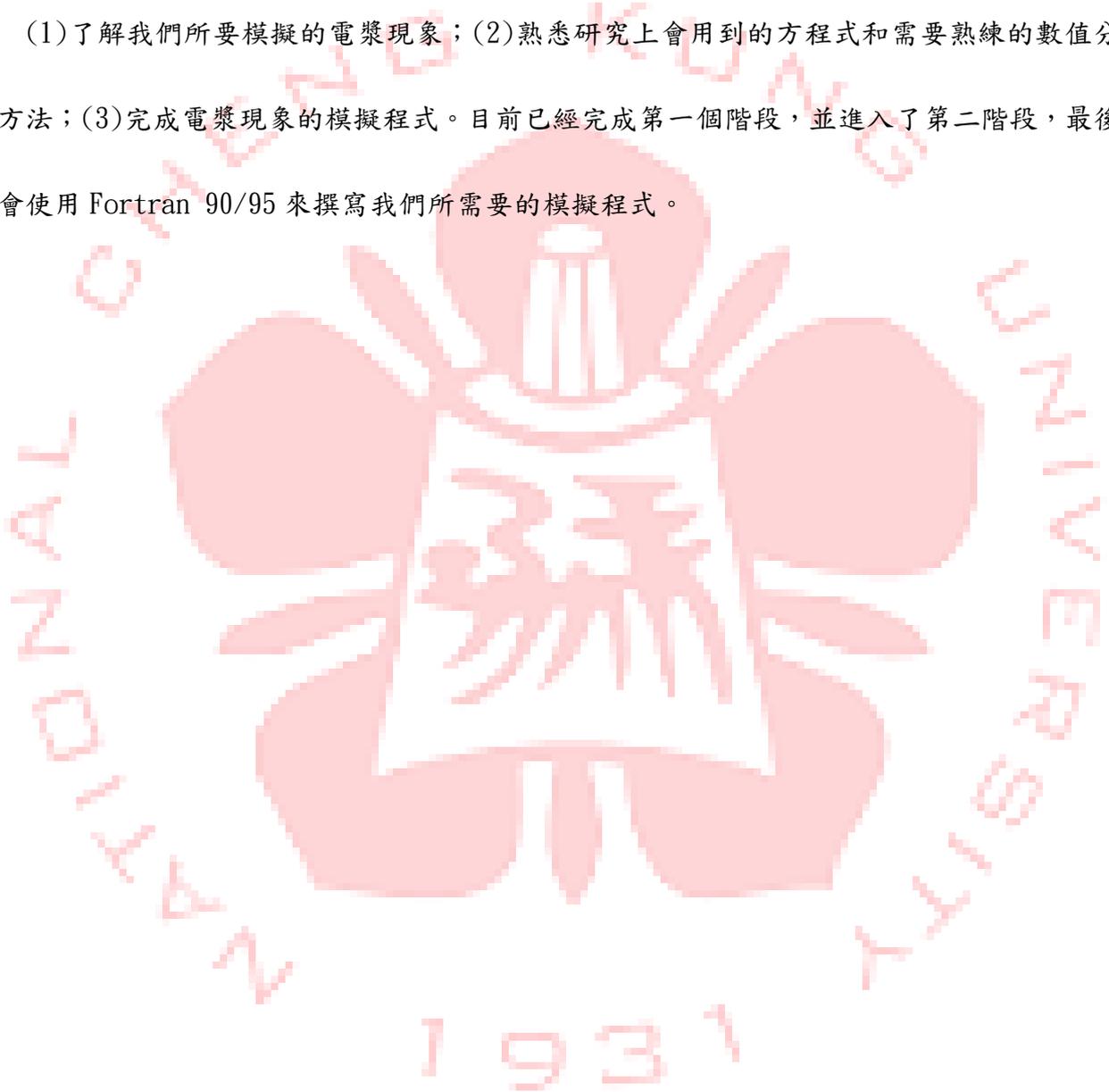
(3)混合法(Hybrid Method)：將上述兩種方法混合，各別用其中一種來描述電子和離子行為的方法。我們將會以第二種方法做為研究太空中電漿現象的數值工具。



## Chapter 3 結果和討論

經過半年的研究，稍微了解未來將要進行的實驗裝置的構造和現象以及所要模擬的太空電漿現象後，為了要達成預期的研究目標，設定了下列三項指標：

(1)了解我們所要模擬的電漿現象；(2)熟悉研究上會用到的方程式和需要熟練的數值分析方法；(3)完成電漿現象的模擬程式。目前已經完成第一個階段，並進入了第二階段，最後將會使用 Fortran 90/95 來撰寫我們所需要的模擬程式。



## Chapter 4 未來工作

### 4.1 短期目標

近期將會學習運用並熟習數值分析的方法和基本概念，並利用一些基本的問題，練習不同數值分析的方法。目前將會從下列方法開始學習[12]：

- (1)Grid Generation
- (2)Time Splitting Scheme
- (3)Backsubstitution Method
- (4)Unsplitting Conservative Scheme
- (5)Characteristic Curves
- (6)Courant - Friedrichs - Lewy condition(CFL condition)
- (7)Flux Conservative Method(FCM)
- (8)Flux Balance Method (FBM)
- (9)Positive Flux Conservative Method (PFC)
- (10)Finite Difference Method(FDM)
- (11)Finite Volume Method(FVM)
- (12)Finite Element Method(FEM)
- (13)Semi-Lagrangian Method (SLM)
- (14)Linear Interpolation
- (15)Hermite Interpolation

(16)Lagrange interpolation

(17)Spline Interpolation

(18)Spectral Algorithm

(19)Cubic Interpolated Propagation Scheme(CIP)

(20)Finite Difference Time Domain Method(FDTD)

#### 4.2 長期目標

長遠上是希望能夠運用動力學理論模型的數值分析方法，來模擬太陽風流經過一球形非導體的行為，如 2.2 節所描述的，。接著將透過模擬他人的結果，驗證所撰寫的模擬程式是否有誤，來建立一組未來在進行實驗前能模擬各式電漿現象的程式碼。

## Chapter 5 總結

此次報告分為兩個部分，(1)X Pinch；(2)太空中電漿現象的數值模擬

在 X Pinch 的部分，我們詳細討論了 X Pinch 的實驗設置、原理和其實驗演進過程，並提及其在實驗上的運用。未來實驗裝置建置完成之後，我們將會拿來在實驗室重現磁力線重聯、電漿和障礙物磁場間的交互作用等現象的研究。

在太空中電漿現象的數值模擬方面，我們討論了所要模擬的電漿現象，包括磁力線重聯現象，以及太陽風與各式不同星體間的交互作用等。接著將會透過數值模擬來重現他人的研究結果，來建立並驗證我們所建立的程式碼是否正確。

## 附錄 參考資料

- [1] Proposal, Po-Yu Chang
- [2] S. A. Pikuz, T. A. Shelkovenko, and D. A. Hammer, X-pinch, Plasma Physics Reports, Vol.41, No.4, 2015
- [3] Martin Harwit, Astrophysical Concepts
- [4] B. W. Carroll, D. A. Ostlie, An Introduction to Modern Astrophysics
- [5] [https://en.wikipedia.org/wiki/Magnetic\\_reconnection](https://en.wikipedia.org/wiki/Magnetic_reconnection)
- [6] [https://en.wiki2.org/wiki/Geomagnetic\\_storm](https://en.wiki2.org/wiki/Geomagnetic_storm)
- [7] <http://www.astro.wisc.edu/~clinch/>
- [8] <http://ssd.gsfc.nasa.gov/dream/MoonNeutral.html>
- [9] <http://oceanostelar.blogspot.tw/2016/05/aquel-mercurio-desconocido.html>
- [10] The Physics of Plasmas, T. J. M. Boyd
- [11] R. K. Parthia, Statistical Mechanics
- [12] F. Filbet, E. Sonnendrücker, Comparison of Eulerian Vlasov solvers, Computer Physics Communications 150, 247-266, Takayuki Umeda, Kentaro Togano, Tatsuki Ogino, Two-dimensional full-electromagnetic Vlasov code with conservative scheme, Computer Physics Communications 180, 365 - 374